向量形式的基于拉格朗日方程的刚体动力学建模

动力学建模流程：定义广义坐标 → 求系统中各刚体的质心 → 求系统中各刚体的动能 → 求系统中各刚体的势能 → 根据拉格朗日方程的形式，列写系统的动力学方程。

具体到我们的双足机器人：

一、定义广义坐标

前面说到，机器人本身共有20个广义坐标，它们定义了机器人作为一个系统，内部各个刚体之间的相对运动，以及机器人本体与地面（世界坐标系）之间的相对运动。在本章的刚体动力学建模中，为了简化计算，我们只考虑机器人的下肢在矢状面上的平移和旋转运动，而忽略它在冠状面和横截面上的运动。在上述简化下的机器人广义坐标共9个，分别为：

3个全局广义坐标，描述机器人与世界坐标系的关系：

* ，机器人盆骨部分沿世界坐标系X轴的平移（前进/后退）；
* ，机器人盆骨部分沿世界坐标系Y轴的平移（上升/下降）；
* ，机器人盆骨部分在矢状面的旋转（后仰/前倾）；

以及6个设计机器人本体运动的广义坐标，描述机器人下肢髋、膝、踝的旋转运动：

* ，机器人右髋关节在矢状面的旋转（前屈/后伸）；
* ，机器人右膝关节的旋转（前伸/后屈）；
* ，机器人右踝关节在矢状面的旋转（背屈/跖屈）；
* ，机器人左髋关节在矢状面的旋转（前屈/后伸）；
* ，机器人左膝关节的旋转（前伸/后屈）；
* ，机器人左踝关节在矢状面的旋转（背屈/跖屈）。

上述9个广义坐标，如下图所示。它们共同构成描述这个双足机器人系统的广义坐标向量：





（这个图后期再修改）

写出向量形式的拉格朗日方程

，

其中，为系统总动能（包括每块骨的平动动能和转动动能），为系统总势能（主要是每块骨的重力势能）；为广义坐标向量；为广义力列向量。将代入上式，得

，

我们后续将对该式中左侧的、、、，以及右侧的广义力分别进行推导。

二、求刚体质心

若仅考虑双足机器人在二维矢状面下的运动，则可以将系统的刚体数目简化为8个，分别为：机器人上肢躯干部分、盆骨部分、左侧大腿部分、右侧大腿部分、左侧小腿部分、右侧小腿部分、左足、右足。

根据前面DH参数表中，上述刚体间在矢状面的齐次变换关系，可计算得到各刚体质心位置坐标在世界坐标系下的表示：

（do it later）